

## Interferência em películas delgadas

Por Valério Badarau – Física na veia

### Conceitos iniciais

**Reflexão é quando a onda em questão volta para o mesmo meio.**

Ex.: A onda vem do ar e volta para o ar.

A onda vem de uma corda grossa e volta para corda grossa.

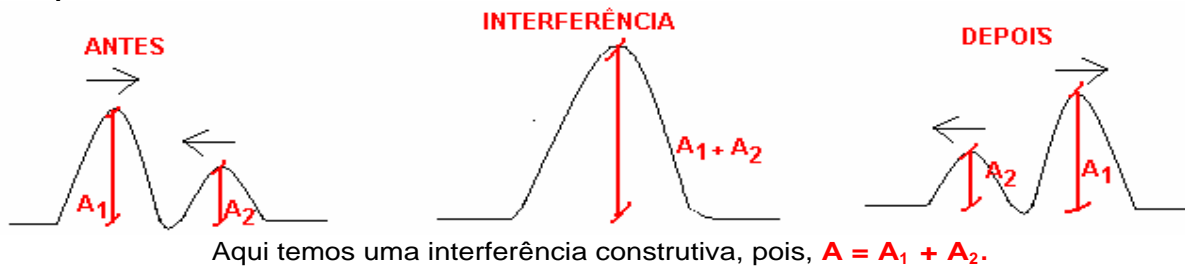
**Refração é quando a onda em questão muda para um outro meio.**

E.: A onda vem do ar e vai para água

A onda vem de uma corda grossa e vai para uma corda fina

### Interferência ou superposição de pulsos em corda:

**1º caso: pulsos em fase.**



**2º caso: pulsos em oposição de fase**



### Ondas estacionárias.

São ondas resultantes da superposição de duas ondas idênticas coerentes (isto é, fases, amplitudes e frequências iguais), mas se movem em sentidos opostos.

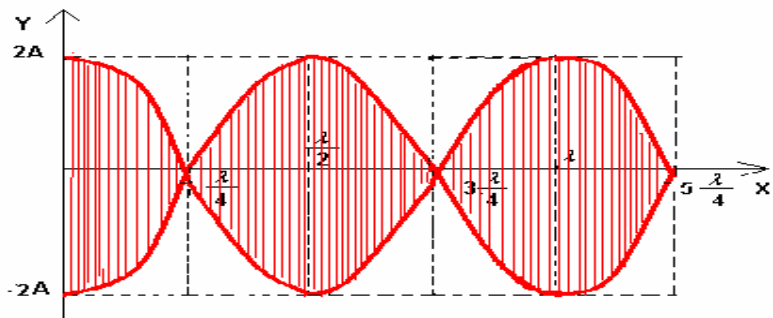
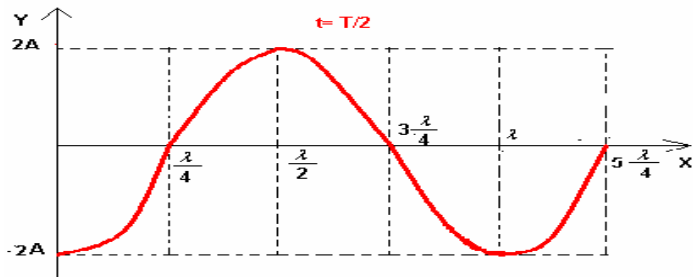
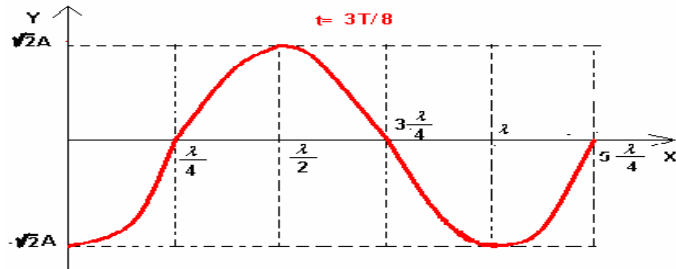
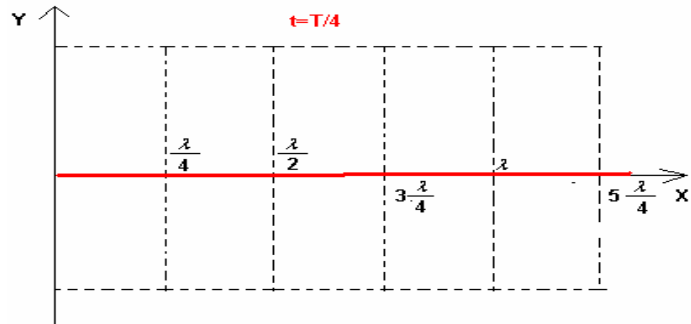
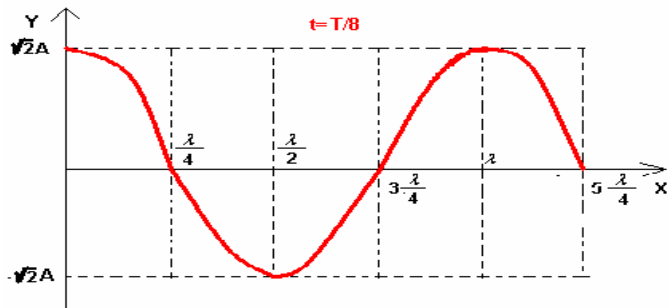
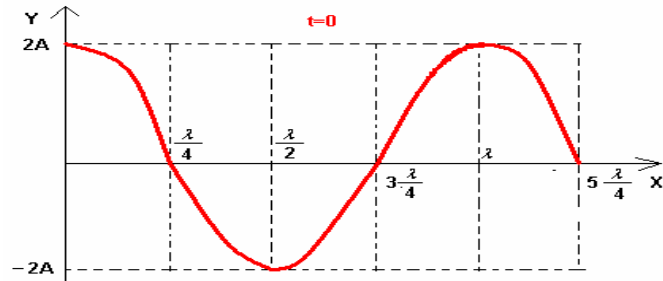
A superposição de uma onda com a correspondente onda refletida.

**Onda incidente:**  $y_1 = A \cos\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right)$

**Onda refletida:**  $y_2 = A \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \frac{2\pi}{\lambda}x\right)$  → OBS.: A mudança de sinal de menos para mais é por causa dos sentidos opostos das ondas consideradas.

**Onda superposta:**

$$y = y_1 + y_2 = A\left[\cos\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right) + \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \frac{2\pi}{\lambda}x\right)\right] = A\left[2\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right)\cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right)\right] \Rightarrow y = 2A\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right)\cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$$



### Posição dos vales e cristas – interferência construtiva

$$\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right) = \pm 1 \rightarrow \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right) = \cos(n\pi) \rightarrow \frac{2\pi}{\lambda}x = n\pi \rightarrow x = n\frac{\lambda}{2}$$

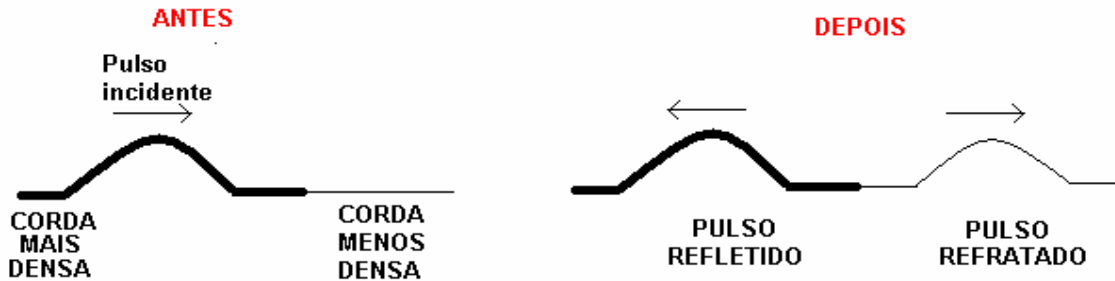
### Posição dos nós – interferência destrutiva

$$\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right) = 0 \rightarrow \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right) = \cos\left[(2n+1)\frac{\pi}{2}\right] \rightarrow \frac{2\pi}{\lambda}x = (2n+1)\frac{\pi}{2} \rightarrow x = (2n+1)\frac{\lambda}{4}$$

Vamos analisar se as reflexões mudam a fase de uma onda.

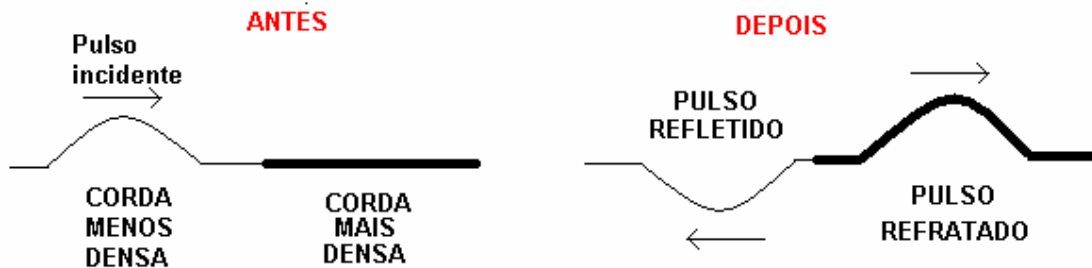
Vejam essas situações:

#### Situação 1



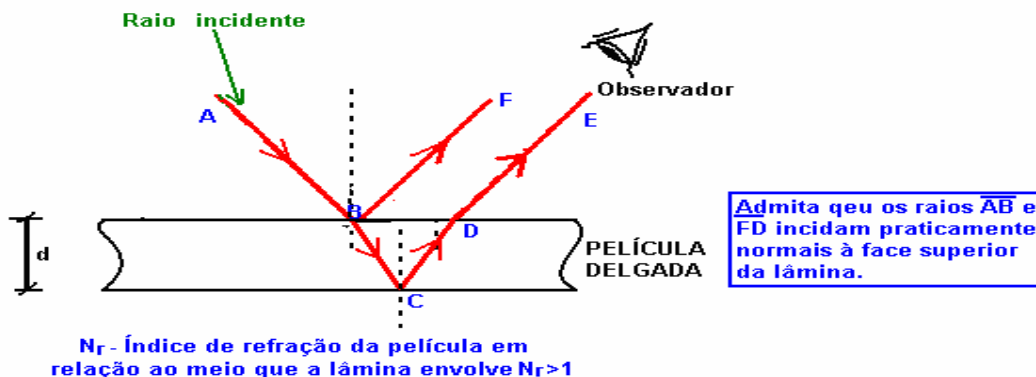
Tanto o pulso refratado como o pulso refletido não sofreram mudança de fase em relação ao pulso incidente

#### Situação 2



### Conclusões

- Agora, o pulso refratado não sofreu mudança de fase enquanto que o pulso refletido sofreu mudança de fase em relação ao pulso incidente.
- Em termos de ondas senóidais (harmônicas) nas mudanças de fase correspondem a  $180^\circ$  ou um número inteiro de meio comprimento de onda, ou seja,  $\lambda/2$ .
- Fazendo uma analogia, em relação à figura acima, para ondas luminosas que se propagam de um meio mais refringente (mais denso) para um meio menos refringente (menos denso) ou vice-versa temos as seguintes considerações:
- Se a **luz incide** na interface entre **meios com um índice de refração diferente**, isto é, vem do **meio de menor refração**, a **reflexão ocorre com mudança de fase de  $180^\circ$  ( $\pi$  rad)** ou meio comprimento de onda  $\lambda/2$ ; caso contrário, **se a luz vem do meio mais refringente a reflexão ocorre sem mudança de fase**.



$$N_r = \frac{N_m}{N} = \frac{\lambda}{\lambda_m} \Rightarrow \lambda_m = \frac{\lambda}{N_r}$$

Onde:

$\lambda_m$  - Comprimento de onda da luz na lâmina

$\lambda$  - Comprimento de onda da luz no meio em que envolve a película

Aqui vale ressaltar o seguinte:

Como temos  $N_r > 1$  é porque  $N_m > N$ , ou seja, o índice do meio é menor que o da lâmina, logo se a luz passa do meio menos refringente para o meio mais refringente, vai acontecer mudança de fases do pulso refletido, como no caso das cordas vistas anteriormente, isso acontece com o raio **BF**. O raio **AB** não sofre mudança de fase em toda sua trajetória, pois na mudança de AB para BC ocorre uma refração (raio refratado não sofre mudança de fase), há uma simples reflexão de BC para CD, de CD para DE também ocorre uma refração, logo a fase da onda continua a mesma

A diferença de percurso entre os raios **BF** e **DE** até que eles atinjam os olhos do observador é igual a  $\overline{BC} + \overline{CD} \approx 2d$  (lembrar que estamos considerando os raios praticamente normais à superfície).

Se em D ocorre um ponto brilhante (interferência construtiva) **deveríamos ter:**

$$2d = n \lambda_m \text{ para } n = \{1, 2, 3, \dots\}$$

Todavia, o que se observa é um ponto brilhante em D não obedecendo a equação acima e sim a seguinte relação:

$$2d = (2n+1) (\lambda_m / 2) \text{ para } n = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

Explicação: O raio refletido  $\overline{CD}$  não sofre mudança de fase. - não há mudança de fase na seqüência:

$$\overline{AB} \rightarrow \overline{BC} \rightarrow \overline{CD} \rightarrow \overline{DE}$$

O raio refletido DF sofre mudança de fase em relação ao raio  $\overline{FD}$ , portanto, a defasagem entre os raios  $\overline{FD}$  e  $\overline{AB}$  é de  $\lambda_m / 2$ .

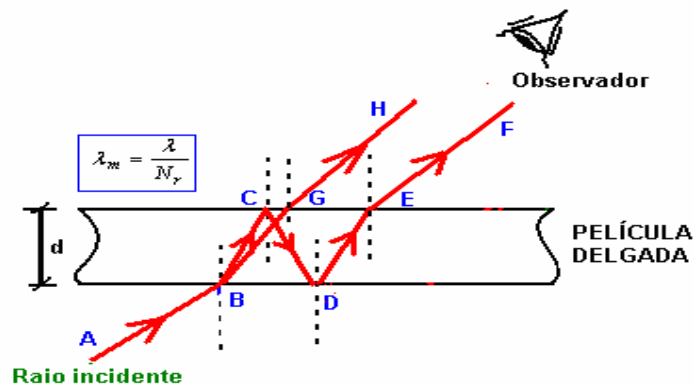
Por outro lado, se em D ocorre um ponto escuro (interferência destrutiva)

$$\text{temos } 2d = n \lambda_m \text{ para } n = \{1, 2, 3, \dots\}$$



Uma consequência disso são as bolhas de sabão. As cores nada mais são que a interferência entre a luz refletida tanto da parte da superfície da frente como a da parte de trás. A cor depende de quão fina é a espessura da camada.

### Interferência de luz transmitida



Admitindo que o observador ver um ponto brilhante  $\rightarrow$  interferência construtiva (Reforço), o raio incidente AB se propaga até E sem que o processo ocorra mudança de fase. O outro caminho do raio incidente AB se propaga até G sem que no processo ocorra mudança de fase. Note que a diferença de percurso entre dois raios incidentes é  $2d$ , pois são  $3d$  do percurso  $BC \rightarrow CD \rightarrow DE$  e um percurso  $d$  de BG.

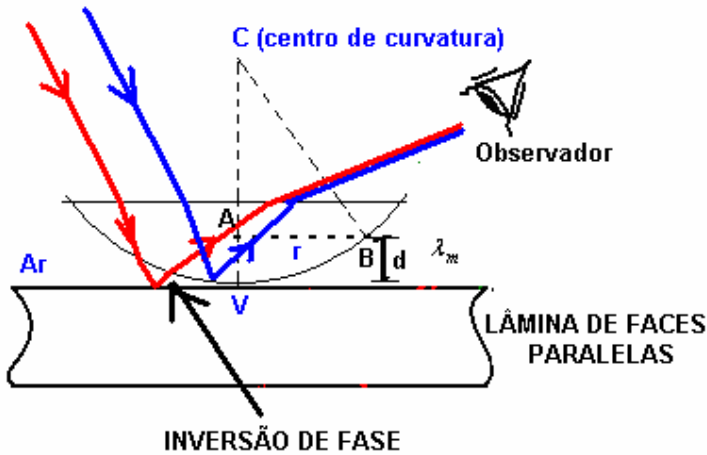
Portanto temos:  $2d = n \lambda_m$  para  $n = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$

Se em D ocorre um ponto escuro  $\rightarrow$  Interferência destrutiva, temos:

$$2d = (2n+1) (\lambda_m / 2) \text{ para } n = \{1, 2, 3, \dots\}$$

Levando-se as questões postas anteriormente sobre meios mais refringentes e menos refringentes tente você mesmo descobrir por que nesse caso vai ocorrer o inverso da situação anterior como exercício.

### Anéis de Newton



A lâmina de ar entre a lente e a lâmina de faces paralelas tem espessura variável  $d$ .

Vamos admitir que o raio de curvatura da face convexa da lente é muito grande (da ordem de metros), com isso, a espessura variável  $d$  será pequena.

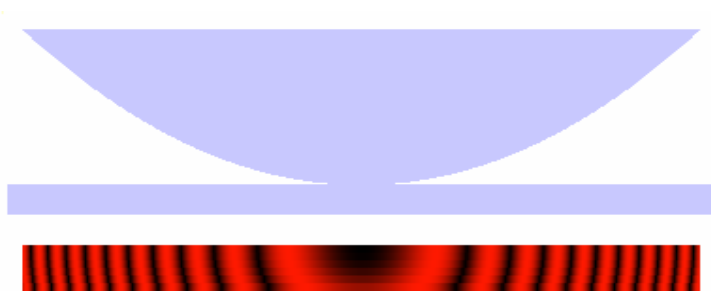
Seja o raio de Curvatura da lente  $CV=R$

Considerando o triângulo retângulo CAB, vem:  
 $CB^2 = CA^2 + AB^2 \rightarrow R^2 = (R-d)^2 + r^2 \rightarrow 2Rd = d^2 + r^2$   
 Como  $R$  é grande comparado a  $d$ , ou seja  $R \gg d$ ,  $\rightarrow d^2$  tende a zero. Podemos chegar na seguinte expressão:  $d \cong \frac{r^2}{2R^2}$

Se ocorre um ponto brilhante temos (note que há uma inversão de fases, tente mostrar como exercício):  
 $2d = (2n+1) (\lambda_m / 2)$  onde no caso em questão  $\lambda_m = \lambda_{ar}$  (comprimento de onda da luz no ar, isto é, meio compreendido entre a lente e a lâmina de faces paralelas).

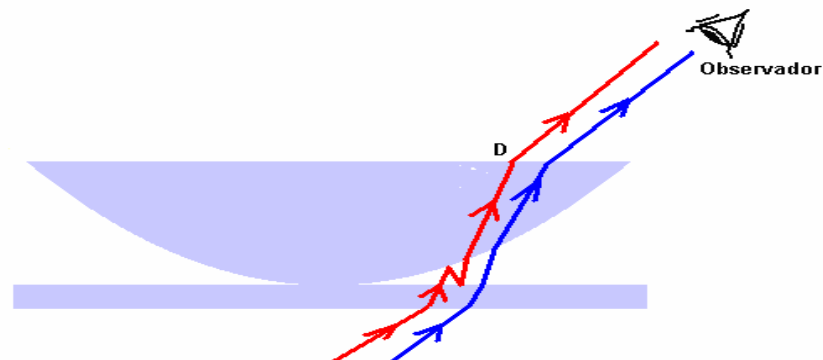
Como a superfície plana da lente é circular e os raios incidem nela normalmente, resultará um conjunto de anéis concêntricos alternados brilhantes e escuros.

Se o ponto D pertence a um anel escuro, temos:  $2d = n \lambda_m$



A figura terá esse padrão de interferência mostrado ao lado.

### Anéis de Newton formados por luz transmitida



Não há defasagem na trajetória dos raios  $\rightarrow$  Temos em D um ponto brilhante (pertencendo a um anel brilhante) neste caso temos:  $2d = n \lambda_m$  para  $n = \{0, 1, 2, \dots\}$

Para um anel escuro temos:  $2d = (2n+1) (\lambda_m / 2)$  para  $n = \{0, 1, 2, \dots\}$  e  $d \cong \frac{r^2}{2R^2}$

Exercícios Resolvidos:

1º) Uma película de água ( $n=1,33$ ) acha-se no ar e tem  $4500\text{Å}$  de espessura. Quando iluminada por luz branca, com incidência quase normal, de que cor parecerá a luz refletida?

**Solução:**

Esse problema é sobre interferência de películas delgadas. Como há um ponto luminoso então a interferência deve ser construtiva e vimos que usamos a seguinte relação:

$$2d=(2n+1) (\lambda_m /2)$$

Lembrar que  $\lambda_m = \frac{\lambda}{n_r}$ . Reorganizando as equações, fica:  $\frac{\lambda}{n_r} = \frac{4d}{2n+1} \Rightarrow \lambda = \frac{4dn_r}{2n+1} \Rightarrow \lambda = \frac{4*4500*1,33}{2n+1} = \frac{23940}{2n+1} .(*)$

Tabela das cores com suas respectivas faixas de comprimento de onda:

Cor	$\lambda$ (no vácuo ou no ar) Å
Violeta	Menor que 4500
Azul	4500 – 5000
Verde	5000 – 5700
Amarelo	5700 – 5900
Alaranjado	5900 – 6100
Vermelho	Maior que 6100

**Para termos práticos dizemos que o olho humano é capaz de detectar o espectro visível na faixa de  $4000\text{ Å}$  a  $7000\text{ Å}$**

Vamos substituir valores para n na equação (\*)

$n=0 \rightarrow \lambda = 23940\text{ Å}$

$n=1 \rightarrow \lambda = 7980\text{ Å}$

$n=2 \rightarrow \lambda = 4788\text{ Å} \rightarrow$  Cor visível na faixa do olho humano

$n=3 \rightarrow \lambda = 3420\text{ Å}$

Analisando os resultados e olhando a tabela podemos ver que a cor será a **AZUL**

2º) Num sistema de anéis de Newton vistos pela reflexão e formados por uma lente plano-convexa sobre uma superfície plana, o 25º anel brilhante está a 1cm do centro, quando a luz monocromática empregada tem comprimento de onda  $5890\text{Å}$ . Calcular a espessura da película de ar no ponto em que se formou este anel, e o raio da lente.

Solução:

Note que os valores de n começam a partir do 0, então:

Para o 1º anel brilhante devemos usar  $n=0$

Para o 2º anel brilhante devemos usar  $n=1$

Seguindo o raciocínio:

Para o 25º anel brilhante devemos usar  $n=24$

Como é um ponto brilhante ocorre interferência construtiva  $\rightarrow 2d=(2n+1) (\lambda_m /2)$ , a partir disso, vem:

$2d=(2*24+1) (\lambda_m /2)$  e  $\lambda_m = \frac{\lambda}{n_r}$  e  $n_r=1$ (Pois é o ar), substituindo:

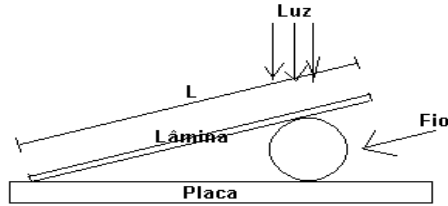
$2d=(49/2)(5890*10^{-10}/1) \rightarrow d=7,215\mu\text{m}$

$d= 1\text{cm} = 10^{-2}\text{m}$

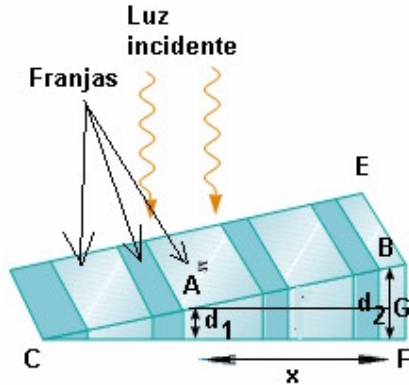
$d=r^2/2R \rightarrow R=r^2/2d \rightarrow R=(10^{-2})^2/(2*7,215\mu\text{m}) \rightarrow R=6,3\text{m}$

3º) **Medição da espessura de um fio** – Numa placa horizontal de vidro que junto a uma de suas extremidades é calçada por um fio de nylon, conforme o esquema abaixo. O comprimento de onda da lâmina é  $L=10\text{cm}$ . O sistema é iluminado por cima com luz de comprimento de onda  $\lambda=6000\text{Å}$ .

Observam-se estrias escuras entre as estrias brilhantes; Contam-se 50 destas em extensão de 30mm. Determinar o diâmetro no nylon.



Solução:



**No geral não há inversão de fase**

Logo:  $2d = n\lambda_m$

Estria brilhante em A  $\rightarrow 2d_1 = n\lambda_m$

Estria brilhante em B  $\rightarrow 2d_2 = (n+1)\lambda_m$

Subtraindo uma da outra temos:

$$2d_2 - 2d_1 = (n+1)\lambda_m - n\lambda_m \rightarrow \Delta d = d_2 - d_1 = \lambda_m/2 \text{ (i)}$$

Por outro lado:  $\lambda_m = \lambda/n_r$  mas  $n_r = 1 \rightarrow \lambda_m = \lambda$  (ii)

Pondo (ii) em (i):

$$\Delta d = \lambda/2 \text{ (iii)}$$

$\Delta ABG \sim \Delta CFE$

$$\frac{BG}{AG} = \frac{EF}{CF} \text{ mas } EC \approx CF \approx L \text{ (Imaginar a fio da figura da questão tangenciando)}$$

em BF)  $\rightarrow \frac{\Delta d}{x} = \frac{D}{L} \Rightarrow \frac{\lambda/2}{x} = \frac{D}{L}$ , onde D aqui é o diâmetro do fio.

$$\frac{30\text{mm}}{50\text{estrias}} = 0,06\text{mm/estrias} \rightarrow \text{temos que } D = \frac{\lambda L}{2x} = \frac{6000 \cdot 100\text{mm}}{2 \cdot 0,6\text{mm}} \Rightarrow D = 5 \cdot 10^5 \text{ \AA}$$

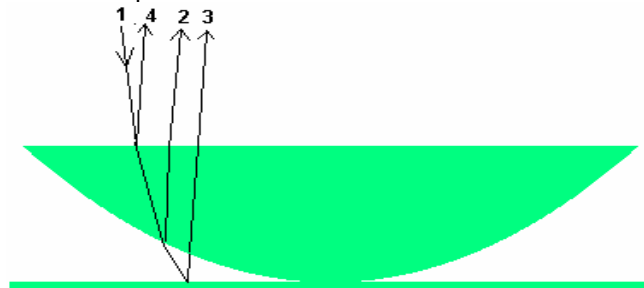
### Exercícios propostos

1º) Uma lâmina de vidro de espessura  $4000 \text{ \AA}$  é iluminada por luz branca, com incidência praticamente normal. O índice de refração do vidro é 1,50. Qual dos comprimentos de onda dentro do espectro visível, cuja reflexão é intensificada?

2º) Na determinação do comprimento de onda de uma radiação monocromática por meio de anéis de Newton, achou-se que o raio do anel escuro de ordem  $K=n=2$  era de  $0,7\text{mm}$  e que o raio de curvatura da lente plano convexa era  $500\text{mm}$ . Qual o comprimento de onda?

3º) É dada uma lente plano convexa de vidro; a face convexa tem raio  $R=10\text{m}$ ; O diâmetro da lente é  $D=40\text{mm}$ . Por sua face convexa a lente se apóia em uma lâmina plana de vidro, recoberta com água. O índice de refração da água é  $n=1,33$ . sob Incidência aproximadamente normal, a lente recebe luz monocromática tendo comprimento de onda  $\lambda=4800\text{\AA}$ . (no vácuo). Mediante a luz refletida observam-se anéis de Newton. Determinar os raios de anéis escuros das várias ondas, e o número de anéis escuros formados.

4º) Por que, os anéis de Newton são formados, somente, como conseqüência da interferência entre os raios 2 e 3, refletidos nos limites da camada de ar intermediária, existente entre a lente e o vidro, e o raio 4, refletido na face plana da lente, não influi no caráter do quadro de interferência?



Gabarito:

1º)  $4800\text{\AA}$

2º)  $0,49\mu\text{m}$

3º)  $r \approx 0,190\sqrt{n}$ ;  $N \leq 111$  anéis escuros

4º) O raio 4 não causa interferência pois a espessura da lente é muito grande. Lembrar que a interferência só ocorre em películas finas, o que acontece apenas nas proximidades da lente com o ar

Bibliografias:

Nota de salas de aula do professor Elias Silva

Halliday/Resnick

Saraeva

Imagens: [www.saladefisica.com.br](http://www.saladefisica.com.br) e ilustrações minhas.

This document was created with Win2PDF available at <http://www.daneprairie.com>.  
The unregistered version of Win2PDF is for evaluation or non-commercial use only.