



1ª Lista de Trigonometria

1. Calcule:

$$S = \operatorname{tg} \alpha + \frac{1}{2} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} + \dots + \frac{1}{2^n} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2^n}.$$

2. Sabendo que $\cos x = \frac{\cos a - \cos b \cos c}{\operatorname{sen} b \operatorname{sen} c}$ e que a, b e c são os lados de um triângulo de perímetro 2p, calcule $\operatorname{tg} \frac{x}{2}$ em função de a, b, c e p.

3. Se $\operatorname{sen} 2a$, $\operatorname{sen} 2b$, $\operatorname{sen} 2c$ estão em progressão aritmética, mostre que $\operatorname{tg}(b+c)$, $\operatorname{tg}(a+c)$, $\operatorname{tg}(a+b)$ também estão em progressão aritmética.

4. Calcule:

$$S = \operatorname{cossec} \alpha + \operatorname{cossec} 2\alpha + \dots + \operatorname{cossec} 2^n \alpha, \text{ para } 2^p \alpha \neq K\pi, \text{ com } p = 0, 1, 2, \dots, n \text{ e } K \in \mathbb{Z}.$$

5. Transforme em produto a expressão

$$Y = \operatorname{tg}(a+b+c) - (\operatorname{tga} + \operatorname{tgb} + \operatorname{tgc}).$$

6. Calcule a soma $\$$ dos senos e a soma ζ dos cossenos de arcos em progressão aritmética, dadas por:

$$\$ = \operatorname{sen} a + \operatorname{sen} (a+r) + \operatorname{sen} (a+2r) + \dots + \operatorname{sen} [a + (n-1)r] \text{ e}$$

$$\zeta = \operatorname{cos} a + \operatorname{cos} (a+r) + \operatorname{cos} (a+2r) + \dots + \operatorname{cos} [a + (n-1)r].$$

7. Calcule a soma:

$$\operatorname{sec} a \operatorname{sec} 2a + \operatorname{sec} 2a \operatorname{sec} 3a + \dots + \operatorname{sec} na \operatorname{sec} (n+1)a.$$

8. Seja $\theta \in [0, \frac{\pi}{2}[$ e $p \in [0, 1]$. O que é maior, $\cos(p\theta)$ ou $\operatorname{cos}^p \theta$?

9. Quando $x \rightarrow 0$, mostre que:

$$1 - x^2 < \cos x < 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{16}.$$

10. Calcule as somas:

$$C = \operatorname{cos}^2 a + \operatorname{cos}^2 (a+r) + \dots + \operatorname{cos}^2 [a + (n-1)r] \text{ e}$$

$$S = \operatorname{sen}^2 a + \operatorname{sen}^2 (a+r) + \dots + \operatorname{sen}^2 [a + (n-1)r].$$

11. Mostre que se a, b, c são ângulos agudos, então $\operatorname{sen}(a+b+c) < \operatorname{sen} a + \operatorname{sen} b + \operatorname{sen} c$.

12. Calcular a soma:

$$S = \operatorname{cos} a + 2\operatorname{cos} 2a + 3\operatorname{cos} 3a + \dots + n\operatorname{cos} na.$$





13. Mostre que:

$$\operatorname{tg} a + 2\operatorname{tg} 2a + 4\operatorname{tg} 4a = \operatorname{cotg} a - 8\operatorname{cotg} 8a.$$

