# Problemas de Geometria – Série ITA Folia

1)Em um quadrilátero ABCD está inscrito um circulo,sendo K,L,M,N os pontos de tangência com os lados AB,BC,CD e DA,respectivamente.As retas DA e CB se cortam em S,enquanto que BA e CD se cortam em P.Se S, K e M estão alinhados,provar que P ,N e L também estão.

2)Em um triângulo ABC, seja P o ponto de concorrência das cevianas AA' ,BB' e CC' ( com A' $\in$ (BC), B'$\in$(CA), C' $\in$ (AB)), e seja M um ponto do plano do triângulo.Demonstrar que $\dfrac{[BPC]MA^2+[CPA]MB^2+[APB]MC^2}{[ABC]}=MP^2+r(P)$

onde $r(P)$ é a potência de P com respeito ao circulo circunscrito a ABC e [ ] denota a área.

3)Demonstrar que, em um triângulo ABC, se $GO=\dfrac{R}{3}$ ,então ABC é retângulo, e reciprocamente.

4)Resolver a equação
$$\sqrt{abx(x-a-b)}+\sqrt{bcx(x-b-c)}+\sqrt{cax(x-c-a)}=\sqrt{abc(a+b+c)}$$

5) Seja M um ponto interior de um triângulo ABC. As paralelas por M a AB e a AC formam, com BC, um triângulo de área $S_A$. Se definem analogamente $S_B$ e $S_C$.

a) Demonstrar que $\dfrac{1}{\sqrt{S_A}}+\dfrac{1}{\sqrt{S_B}}+\dfrac{1}{\sqrt{S_C}}\geq\dfrac{9}{\sqrt{S_{ABC}}}$

b) Determinar a posição do ponto M para que se verifique a igualdade.