

### Lista de Carnaval (SÉRIE ITA FOLIA)

1) AB é um diâmetro de um círculo de centro O . Toma-se um ponto C deste círculo e prolonga-se AC de um segmento CD igual a AC . O segmento OD corta o círculo em E e corta o segmento BC em F. Se  $AB = a$  e  $OD = b$ , então EF é igual a:

2) Considere a seguinte função definida no conjunto de todos os inteiros x por:

$$f(x) = \begin{cases} x-1, & x > 10 \\ f(f(x+2)), & x \leq 10 \end{cases} . \text{O valor de } f(5) \text{ é igual a:}$$

3) Quantos pares ordenados  $(x,y)$ , onde  $1993 < x < y < 2020$ , satisfazem a equação  $y^2 - x^2 = 2x + 1$ ?

4) Quantos números n do conjunto  $\{1,2,3,\dots,100\}$  existem, de tal forma que o algarismo das dezenas de  $n^2$  seja um número ímpar?

5) A função f é tal que, para cada número real x, vale a relação  $f(x) + f(x-1) = x^2$ . Se  $f(19) = 94$ , então  $f(94)$  vale:

6) Se p é o maior fator primo do número  $3^{14} + 3^{13} - 12$ , então p é igual a:

7) Sejam  $A = \{2,5,10,17,\dots,n^2 + 1\}$  e  $B = \{10001,10004,10009,\dots,n^2 + 10000\}$ . O número de elementos de  $A \cap B$ .

8) Prove que o número  $M = 111 + 222^2 + 333^3 + 444^4 + 555^5 - 12345$  não é um quadrado perfeito.

9) Determine o número natural k, para o qual a expressão  $\frac{k^2}{1,001^k}$  atinge seu valor máximo.

10) Prove que  $\frac{\sin 1^\circ}{\cos 0^\circ \cdot \cos 1^\circ} + \frac{\sin 1^\circ}{\cos 1^\circ \cdot \cos 2^\circ} + \dots + \frac{\sin 1^\circ}{\cos 1994^\circ \cdot \cos 1995^\circ}$  é igual a  $\tan 1995^\circ$