

Semana Santa do Gagá
2ª Lista ITA-IME – Professor Alex Pereira Bezerra

1) Se a seqüência $\{a_n\}$ é definida por $a_1 = 2$, $a_{n+1} = a_n + 2n$ ($n \geq 1$), então a_{100} é igual a:

- a) 9900
- b) 9902
- c) 9904
- d) 10100
- e) 10102

2) Se $\operatorname{tg} \alpha$ e $\operatorname{tg} \beta$ são as raízes da equação $x^2 - px + q = 0$, e $\operatorname{cot} \alpha$ e $\operatorname{cot} \beta$ são as raízes de $x^2 - rx + s = 0$, então rs é necessariamente:

- a) pq
- b) $1/pq$
- c) p/q^2
- d) q/p^2
- e) p/q

3) Determine todas as funções $f : \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ satisfazendo a $\frac{1}{x} f(-x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = x$ para todos $x \in \mathbb{R} - \{0\}$

4) Determine as soluções reais do sistema

$$\begin{cases} x^2 y + xy^2 = 70 \\ (x + y) \cdot (x^2 + y^2) = 203 \end{cases}$$

5) Sejam a, b e c tais que :

$$\begin{cases} a^3 + 5a + 2 = 0 \\ b^3 + 5b + 2 = 0 \\ c^3 + 5c + 2 = 0 \end{cases}$$

Calcule $a + b + c$.

6) Seja Q uma matriz 4×4 , tal que $\det Q \neq 0$ e $Q^3 + 2Q^2 = 0$, Então, temos:

- a) $\det Q = 2$
- b) $\det Q = -2$
- c) $\det Q = -16$
- d) $\det Q = 16$
- e) $\det Q = 0$

7) Mostre que se num triângulo ABC vale a relação $\frac{\cos(B-C)}{\sin A + \sin(C-B)} = \operatorname{tg} B$ então o

triângulo é retângulo com ângulo reto em A

8) Os lados de um triângulo estão em PA e o lado intermediário mede L. Sabendo-se que o maior ângulo excede o menor em 90° , calcule a razão entre os lados.

9) Determine o valor de $P = \sin \frac{\pi}{24} \cdot \sin \frac{5\pi}{24} \sin \frac{7\pi}{24} \sin \frac{11\pi}{24}$

10) Calcule $S = \sum_{n=0}^{30} \frac{1}{n^2 + 3n + 2}$

11) Se tga e tgb são as raízes da equação $x^2 + px + q = 0$, calcule, em função de p e q, o valor simplificado da expressão:

$$y = \sin^2(a+b) + p \sin(a+b) \cos(a+b) + q \cos^2(a+b) \text{ considere } p, q \in \mathbb{R}, q \neq 1$$

12) Tome $A = \log_6 16$, $B = \log_{12} 27$. Ache inteiros a, b, c tais que $(A+a)(B+b) = c$