

SÉRIE IME PÁSCOA – Professor Alex Pereira

1) Seja $f : R \rightarrow R$ uma função tal que $[f(x)]^3 - x[f(x)]^2 + f(x) = 3(x - 1) - f(2x - 3)$ o valor de $f(3)$ é:

2) Seja $f : Q^+ \rightarrow Q^+$ uma função tal que $f[x(f(y))] = \frac{f(x)}{y}$ para todos $x, y \in Q^+$. O valor de $f(1)$ é:

3) Para cada inteiro positivo k , seja $f_1(k)$ o quadrado da soma dos algarismos de k , se $n \geq 2$. Seja $f_n(k) = f_n(f_{n-1}(k))$. O valor de $f_{1992}(11)$ é:

4) A função f definida no conjunto dos pares ordenados de números inteiros satisfaz as seguintes condições :

i) $f(x, x) = x$

ii) $f(x, y) = f(y, x)$

iii) $(x + y)f(x, y) = y.f(x, x+y)$

O valor de $f(14, 92)$ é:

5) Prove que $\operatorname{sen}1^\circ + \operatorname{sen}3^\circ + \operatorname{sen}5^\circ + \dots + \operatorname{sen}99^\circ = \frac{\operatorname{sen}^2 50}{\operatorname{sen}1^\circ}$

6) Ache o menor valor positivo de $4 \operatorname{tg}^{-1} \frac{1}{5} - \operatorname{tg}^{-1} \frac{1}{10} + \operatorname{tg}^{-1} \frac{1}{99}$

7) Seja $f : N \rightarrow Z$ uma função tal que $f(0) = 2$, $f(1) = 17$ e, para todo n maior do que 1, tem-se $f(n) = 7f(n-1) - 12f(n-2)$. O valor de $f(5)$ é:

8) Se S é a soma dos números reais positivos x_1, x_2, \dots, x_n , prove que

$$(1 + x_1)(1 + x_2) \dots (1 + x_n) \leq 1 + S + \frac{S^2}{2!} + \dots + \frac{S^n}{n!}$$