

Gabarito IME 2006 – Física

Questão 1

Inicialmente, adota-se um referencial xOy , considerando o eixo x tangente à superfície da Terra no ponto de lançamento e o eixo y vertical e apontado para cima. Então: $g = -10m/s^2$ e $v_0 = 40m/s$

Após ser abandonada, a fonte se move apenas sob ação da gravidade. Assim:

$$v(t) = 40 - 10t$$

Logo, a velocidade decresce linearmente com o tempo e portanto pode-se afirmar que a mínima frequência é percebida no instante do lançamento (quando a fonte se afasta do observador com velocidade de maior módulo) e a máxima frequência é percebida no instante que a fonte retorna ao chão (a fonte se aproxima do observador com velocidade de maior módulo).

Devido ao efeito Doppler: $f = f_f \left(\frac{v}{v + v_r} \right)$, onde f é a frequência da fonte, f_r a

frequência percebida pelo observador, v o módulo d velocidade do som e v_r o módulo da velocidade relativa entre fonte e observador (com referencial adotado orientado do observador em direção à fonte).

No instante do lançamento: $f_{\min} = 500 \left(\frac{340}{340 + 40} \right) \approx 447 \text{ Hz}$

No instante que a fonte retorna ao chão: $f_{\max} = 500 \left(\frac{340}{340 - 40} \right) \approx 567 \text{ Hz}$

Escrevendo a equação de espaço da fonte: $S(t) = -40t + 5t^2$

Achando as raízes da equação de espaço, tem-se que o movimento da fonte dura 8 segundos.

Durante o movimento da fonte:

Na subida:

$$f(t) = 500 \left(\frac{340}{340 + |v|} \right) = 500 \left(\frac{340}{340 + (40 - 10t)} \right) = 500 \left(\frac{340}{380 - 10t} \right) \quad \text{(fonte se afastando do observador)}$$

Na descida:

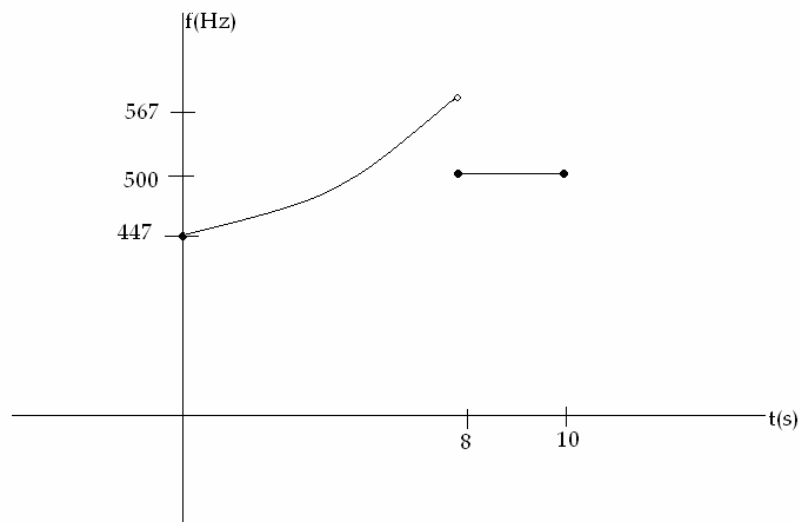
$$f(t) = 500 \left(\frac{340}{340 - |v|} \right) = 500 \left(\frac{340}{340 - (10t - 40)} \right) = 500 \left(\frac{340}{380 - 10t} \right)$$

(fonte se aproximando do observador)

A função da frequência percebida pelo observador em função do tempo pode ser escrita por: $0 \leq t \leq 10$

$$\text{Logo: } f(t) = \begin{cases} 500 \left(\frac{340}{380 - 10t} \right), & 0 \leq t < 8 \\ 500, & t \geq 8 \end{cases}$$

Esboçando-se o gráfico para $0 \leq t \leq 10$:



Questão 2

No caso inicial:

Potência em R1: 16 W

$$P = R \cdot i^2 \Rightarrow 16 = 1 \cdot i^2 \Rightarrow i = 4 \text{ A}$$

Da 1ª Lei de Ohm:

$$V = R_{\text{eq}} \cdot i = (R_{\text{AB}} + 1) \cdot 4 \Rightarrow 24 = (R_{\text{AB}} + 1) \cdot 4 \Rightarrow \begin{cases} R_{\text{AB}} = 5 \Omega \\ L_{\text{AB}} = 0,1 \text{ m} \end{cases}$$

Após a mudança de líquido:

- Energia no capacitor é: $\frac{C \cdot V_{\text{c1}}^2}{2} = 28,8 \cdot 10^{-6} \text{ J} \Rightarrow V_{\text{c1}} = 2,4 \text{ V}$

- Corrente total no circuito (capacitor carregado): $i_{\text{total}} = 2,4 \cdot 1 = 2,4 \text{ A}$

Logo, da 1ª Lei de Ohm :

$$V = 24 = (R_{\text{AB}'} + 1) \cdot 2,4 \Rightarrow R_{\text{AB}'} = 9 \Omega$$

Da 2ª Lei de Ohm : $R = \rho \frac{L}{A}$

Comparando os dois casos (antes e depois da mudança de líquido):

$$\frac{R_{\text{AB}} \cdot A}{L_{\text{AB}}} = \frac{R_{\text{AB}'} \cdot A}{L_{\text{AB}'}} \Rightarrow L_{\text{AB}'} = 18 \text{ cm}$$

Logo: $\Delta L = L_{\text{AB}'} - L_{\text{AB}} = 8 \text{ cm}$

Como H é constante, a variação no L_{AB} acarreta uma variação na altura submersa, também de 8 cm para cima (48-8=40):

$$E_{\text{I}} = P = E_{\text{II}} \Rightarrow \mu_1 \cdot V_{\text{I}} \cdot g = \mu_2 \cdot V_{\text{II}} \cdot g$$

$$\Rightarrow \mu_1 \cdot A \cdot 48 \cdot g = \mu_2 \cdot A \cdot 40 \cdot g$$

$$\Rightarrow \mu_2 = 1,2 \text{ g/cm}^3$$

Questão 3

Conservação de energia:

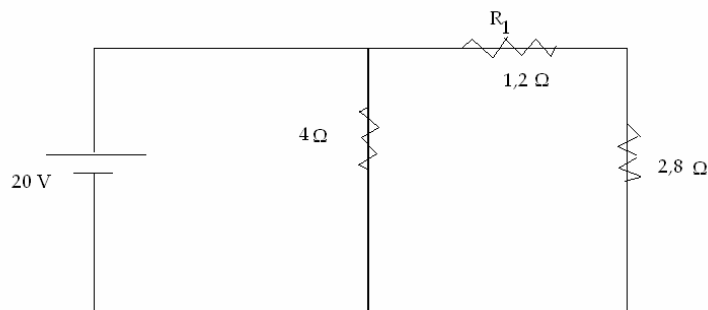
$$E_{\text{potA}} = E_{\text{cinA}}$$

$$mg \cdot \underset{\text{altura}}{h} = \frac{m \cdot v_B^2}{2} \Rightarrow v_B = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

Velocidade em P:

$$v_P = \frac{1}{3} v_B = \frac{1}{3} \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

Circuito:



$$R_{\text{eq}} = 2\Omega \Rightarrow i_{\text{total}} = 10\text{A} \Rightarrow i_{R_1} = \frac{i_{\text{total}}}{2} = 5\text{A}$$

Logo : $P_{R_1} = R \cdot i^2 = 1,2 \cdot 5^2 = 30\text{W}$

Deslocamento do corpo em P-C:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow \frac{1}{3} \sqrt{2gh} = \frac{10}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{30}{\sqrt{20h}}$$

Consumo: $0,05\text{W} \cdot h = 180\text{W} \cdot \text{s}$

Assim,

$$E = P \cdot \Delta t \Rightarrow 180\text{W} \cdot \text{s} = 30 \cdot \frac{30}{\sqrt{20h}} \Rightarrow h = 1,25\text{m}$$

$$\text{sen}\theta = \frac{1,25}{2,5} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 30^\circ$$

OBS: Qualquer ângulo positivo menor que 30° também cumprirá a tarefa.

Questão 4

OBS: O dado $1 \text{ Pa} = 10^5 \text{ N/m}^2$ está claramente errado, atrapalhando a resolução da questão (não é a primeira vez que isso acontece em uma prova do IME, aconteceu da mesma forma na prova de 1999). O dado deveria ser $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$ e portanto a questão deveria ser anulada.

Conservação de energia:

$$\frac{kx^2}{2} = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v^2 = \frac{k}{400} \Rightarrow k = 400v^2 \quad (*)$$

Cinemática:

$$F_{at} = \mu_c \cdot N = 0,5 \cdot 40 = 20 \text{ N}$$

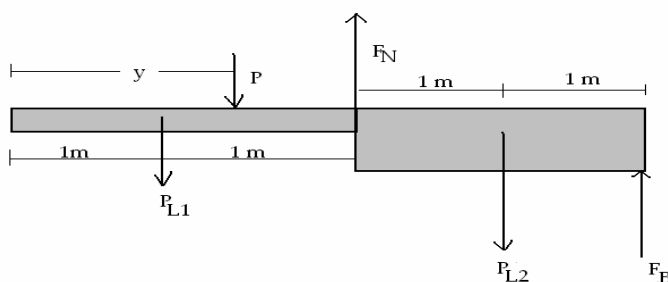
$$F_{at} = m \cdot |a| \Rightarrow 20 = 4 \cdot |a| \Rightarrow |a| = 5 \text{ m/s}^2$$

Sendo y o quanto o bloco andou na viga:

$$v_f^2 = v_i^2 - 2 \cdot |a| \cdot \Delta s \Rightarrow 0 = v^2 - 2 \cdot 5 \cdot y \Rightarrow v^2 = 10y$$

Com isso, de (*): $k = 400v^2 = 4 \cdot 10^3 \cdot y$

Para resolvermos o problema, precisamos da distância y percorrida na viga, que virá da análise estática:



$$F_N = P \cdot A = 15 \cdot 10^6 \cdot 10^{-5} = 150 \text{ N}$$

(tirante)

$$\begin{cases} P_{L1} = 20 \cdot 2 = 40 \text{ N} \\ P_{L2} = 40 \cdot 2 = 80 \text{ N} \end{cases}$$

Da soma dos momentos na extremidade direita da viga:

$$\sum M = 0 \Rightarrow 40 \cdot 3 + 40 \cdot (4 - y) - 150 \cdot 2 + 80 = 0 \quad \therefore y = 1,5 \text{ m}$$

Com isso: $k = 4 \cdot 10^3 \cdot 1,5 \Rightarrow k = 6 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}}$

Questão 5

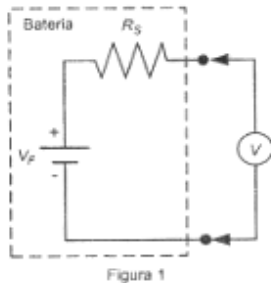


Figura 1

Pela figura 1, como o voltímetro é ideal, não há corrente, então $V_F = 24 \text{ V}$

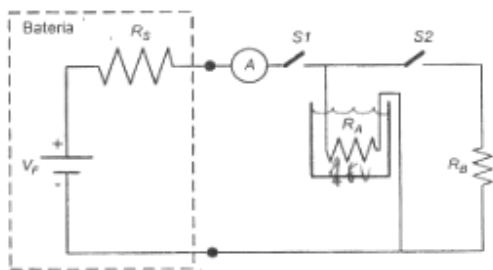
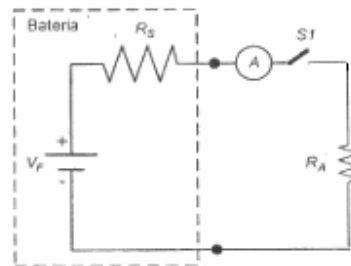


Figura 2

Na figura 2, com S1 fechado:



Dado: $i = 2 \text{ A} \Rightarrow \frac{V_F}{R_S + R_A} = 2 \Rightarrow R_S + R_A = 12$

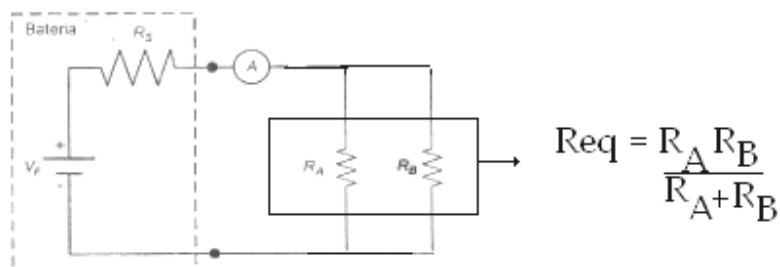
Potência dissipada por R_A

- pelo circuito: $P = R_A \cdot i^2 = 4 \cdot R_A$

- pelo aquecimento: $P = \frac{Q}{t} = \frac{m \cdot c \cdot \Delta\theta}{t} = \frac{0,2 \cdot 10^3 \cdot 1,2 \cdot 2,4 \cdot (40 - 10)}{30 \cdot 60} = 32$

Com isso: $4 \cdot R_A = 32 \Rightarrow R_A = 8 \Omega \Rightarrow R_S = 4 \Omega$

Na figura 2, com S1 e S2 fechado:



$$R_{eq} = \frac{R_A R_B}{R_A + R_B}$$

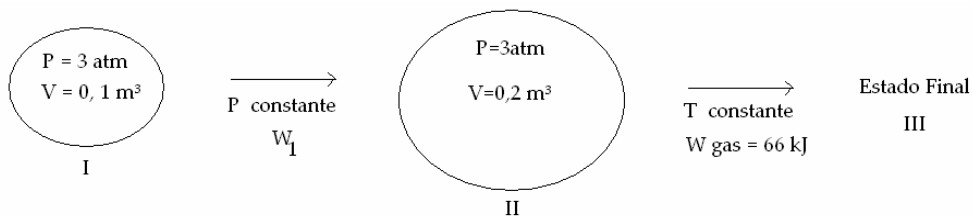
Dado:

$$\begin{aligned}
 i = 2,4A &\Rightarrow \frac{V_F}{R_s + R_{eq}} = 2,4 \Rightarrow R_s + \frac{R_A \cdot R_B}{R_A + R_B} = 10 \\
 &\Rightarrow 4 + \frac{8 \cdot R_B}{8 + R_B} = 10 \\
 &\Rightarrow \frac{8 \cdot R_B}{8 + R_B} = 6 \\
 &\Rightarrow R_B = 24\Omega
 \end{aligned}$$

Logo:

$$\begin{aligned}
 R_A &= 8\Omega \\
 R_B &= 24\Omega \\
 R_S &= 4\Omega
 \end{aligned}$$

Questão 6



a)

$$\begin{aligned}
 W_{\text{total}} &= W_1 + 66 \text{ KJ} = (P \cdot \Delta V + 66 \cdot 10^3) \text{ J} \\
 &= \left(3 \cdot \frac{10 \text{ N}}{\text{cm}^2} \cdot 0,1 \cdot (10^2 \text{ cm})^3 + 66 \cdot 10^3 \right) \text{ J} = (30 + 66) \text{ KJ} = 96 \text{ KJ}
 \end{aligned}$$

b) Do enunciado, temos que: $\frac{C_p}{C_v} = 1,4$.

Mas:

$$C_p - C_v = R \Rightarrow C_v = \frac{5R}{2} \Rightarrow C_p = \frac{7R}{2}$$

Na primeira etapa a expansão é a pressão constante, logo:

$$Q_{I \rightarrow II} = n \cdot C_p \cdot \Delta T = \frac{7}{2} \cdot (n \cdot R \cdot \Delta T)$$

O gás é considerado ideal, logo:

$$R = \frac{P \cdot V_1}{n \cdot T_1} = \frac{P \cdot \sqrt[2]{V_1}}{n \cdot T_2} \Rightarrow T_2 = 2 \cdot T_1 \Rightarrow \Delta T = T_1 \quad (*)$$

E, também:

$$P_1 \cdot V_1 = n \cdot R \cdot T_1 \stackrel{(*)}{=} n \cdot R \cdot \Delta T \Rightarrow n \cdot R \cdot \Delta T = 30 \text{ KJ} \Rightarrow Q_{I \rightarrow II} = \frac{7}{2} n \cdot R \cdot \Delta T = 105 \text{ KJ}$$

Na segunda expansão, como o processo é isotérmico, temos que a variação de energia interna é 0, e com isso, da 1ª Lei da Termodinâmica:

$$\underbrace{\Delta U}_{=0} = Q - W \Rightarrow Q_{II \rightarrow III} = W = 66 \text{ KJ}$$

Resposta:

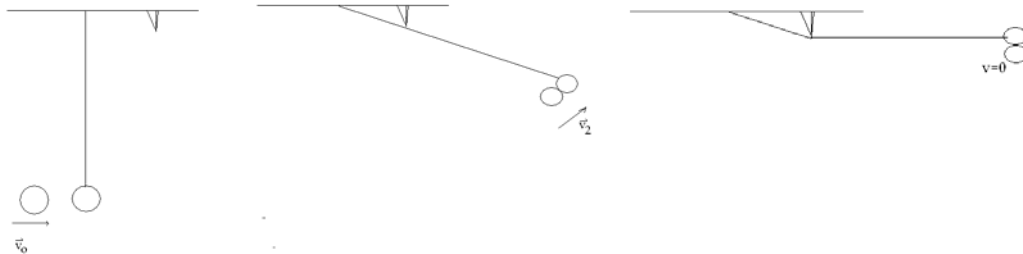
a) $W_{\text{total}} = 96 \text{ KJ}$

b) $Q_{I \rightarrow II} = n \cdot R \cdot \Delta T = 105 \text{ KJ}$

$$Q_{II \rightarrow III} = W = 66 \text{ KJ}$$

Os calores são positivos significando que o gás recebeu calor (na primeira etapa para realizar trabalho e para aumentar o volume, e na segunda puramente para realizar trabalho, uma vez que todo o calor recebido foi convertido em trabalho).

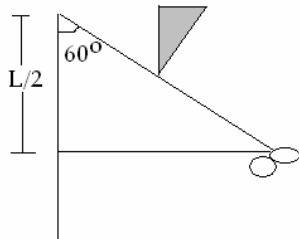
Questão 7



Do choque, sendo v_1 a velocidade do conjunto após o choque. Da conservação do momento linear na direção horizontal no choque:

$$m \cdot v_0 = (2m) \cdot v_1 \Rightarrow v_1 = \frac{v_0}{2}$$

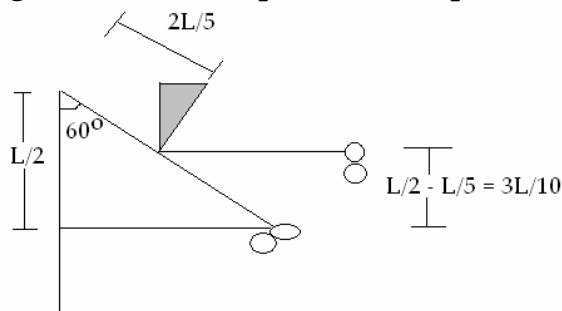
Da conservação de energia, do conjunto entre o ponto após o choque e o instante da 2ª figura (imediatamente antes do contato com o obstáculo):



$$\frac{1}{2}(2m) \cdot v_1^2 = (2m) \cdot g \cdot (L \cdot \cos 60^\circ) + \frac{1}{2}(2m) \cdot v_2^2$$

$$\Rightarrow v_1^2 = g \cdot L + v_2^2$$

Após o choque com o obstáculo, o conjunto das massas continua girando, porém agora em torno do ponto de choque com o obstáculo.



Da geometria do problema, sabemos o raio da giração das massas:

$$R = L - \frac{2L}{5} = \frac{3L}{5} = \frac{3}{5}$$

Conservação de energia:

$$\frac{m \cdot v_2^2}{2} = m \cdot g \cdot \frac{3L}{10} \Rightarrow v_2^2 = 6 \Rightarrow v_1^2 = 16 \Rightarrow v_1 = 4 \Rightarrow v_0 = 8 \text{ m/s}$$

Questão 8

Devido a força do campo elétrico, haverá uma aceleração na direção vertical (y), dada por:

$$F = E \cdot q = m \cdot a$$

Separando os movimentos em y e em x:

Na vertical:

$$v = v_0 - a \cdot t \Rightarrow v \sin \theta = \frac{Eq}{m} \cdot t$$

Na horizontal:

$$v \cos \theta = \frac{d}{t} \Rightarrow t = \frac{d}{v \cos \theta}$$

Das duas equações:

$$v \sin \theta = \frac{Eq}{m} \cdot \frac{d}{v \cos \theta} \Rightarrow v^2 \cdot \frac{\sin(2\theta)}{2} = \frac{Eqd}{m} \Rightarrow$$

$$\theta = \frac{1}{2} \cdot \arcsen\left(\frac{2Eqd}{mv^2}\right)$$

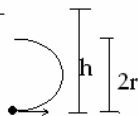
(item a)

No instante de entrada na região das placas, a velocidade será paralela às placas:

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{total}}^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_x^2$$

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \cdot \cos^2 \theta \quad \text{(item b)}$$

(onde θ foi encontrado no item (a))



A condição para que a carga volte à região das placas é:

$$2r < h$$

Relacionamos também r com B:

$$q \cdot (V \cdot \cos \theta) \cdot B = \frac{m \cdot (V \cdot \cos \theta)^2}{r} \quad \therefore r = \frac{m \cdot (V \cdot \cos \theta)}{qB}$$

Podemos encontrar h do deslocamento vertical:

$$2.a.\underbrace{\Delta s_y}_h = \underbrace{v_o^2}_{v.\text{sen}\theta} \Rightarrow h = \frac{mv^2.\text{sen}^2\theta}{2Eq}$$

Da condição:

$$2r < h \Leftrightarrow \frac{mv^2.\text{sen}^2\theta}{2Eq} > 2.r$$
$$\Leftrightarrow r = \frac{m.v.\cos\theta}{Bq} < \frac{mv^2.\text{sen}^2\theta}{4Eq}$$

$$\Leftrightarrow B > \frac{4E.\cos\theta}{v.\text{sen}^2\theta}$$

(item c)

Como a partícula voltará mais próxima da placa superior, devido à força elétrica a partícula deve se chocar com a placa superior antes de alcançar a posição original (início do problema). Sim, há colisão.

Questão 9

OBS: Mesmo após algumas tentativas de algebrismo, não conseguimos obter uma expressão para M em função dos outros parâmetros dados (caímos em um sistema com solução indeterminada). Acreditamos que o enunciado deveria ter pedido (no item a) a massa do planeta (que denotaremos por m). O gabarito a seguir mostra o raciocínio baseado nisso. Na nossa opinião a questão deveria ser anulada. A experiência mostra que isso não acontecerá.

Análise Gravitacional:

Seja H a distância entre os centros dos planetas. Podemos calcular o período do outro planeta, sabendo a massa do planeta em que esta o astronauta (m):

$$F_{\text{cent.}} = F_{\text{grav.}} \Rightarrow \frac{m'v^2}{H} = \frac{Gm.m'}{H^2} \Rightarrow v^2 = \omega^2.H = \frac{Gm}{H}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{Gm}{H^3} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{H^3}{Gm}}$$

Sabemos que esse período é 5000 vezes o período do pêndulo medido. Sendo g a gravidade local, temos:

$$2\pi\sqrt{\frac{H^3}{Gm}} = 5000 \cdot \underbrace{2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}}_{T_{\text{pendulo}}} \Rightarrow \sqrt{\frac{H^3}{Gm}} = 5000\sqrt{\frac{L}{(F/M)}}$$

$$\Rightarrow m = \frac{H^3.F}{GML} \cdot \frac{1}{25.10^4}$$

$$\Rightarrow H = \sqrt[3]{\frac{GMmL25.10^4}{F}}$$

Podemos determinar o raio do planeta em função de m :

$$g = \frac{F}{M} = \frac{Gm}{R_x^2} \Rightarrow R_x = \sqrt{\frac{GMm}{F}}$$

Relacionando os parâmetros H , R_x , R e h : $H \approx h + R_x + R$
(Onde h é a distancia do astronauta ao outro planeta)

Dos resultados obtidos:

$$\Rightarrow \sqrt[3]{\frac{GMmL25.10^4}{F}} = \sqrt{\frac{GMm}{F}} + h + R$$

Ainda conhecendo h (que determinaremos a partir do estudo da ótica geométrica do problema), a equação acima torna-se impossível de se resolver utilizando álgebra elementar (sem métodos computacionais). Portanto, para que possamos obter uma solução, desprezaremos o raio R lado à distância H .

$$\Rightarrow \sqrt[3]{\frac{GMmL25.10^4}{F}} \approx h + R \Rightarrow m = \frac{F.(h + R)^3}{25.10^4.GML}$$

Nos resta achar h .

Análise do Telescópio:

As figuras ao lado mostram como o objeto R tem sua imagem (da objetiva) como sendo objeto para a lente ocular. Denotaremos por h a distância do telescópio ao planeta, por a o tamanho da primeira imagem formada (pela lente objetiva), por x a distância dessa à lente ocular e por d a distância da imagem final à lente ocular.

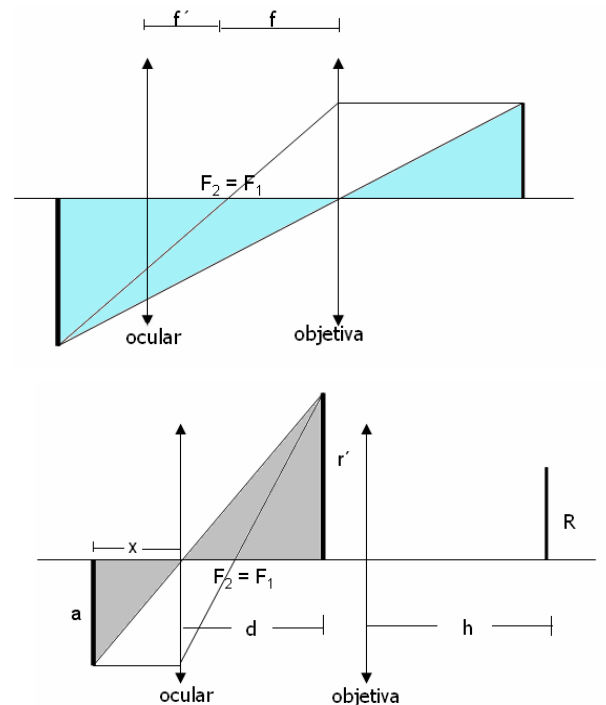
Da semelhança da 1ª figura (azul claro):

$$\frac{a}{f + f' + x} = \frac{R}{h}$$

Da semelhança da 2ª figura (cinza):

$$\frac{x}{a} = \frac{d}{r'} \Rightarrow x = \frac{ad}{r'}$$

Substituindo x na primeira equação de semelhança: $\frac{a}{R} = \frac{f' + f + \frac{ad}{r'}}{h}$ (*)



Da imagem formada pela lente objetiva:

$$\begin{aligned} \frac{1}{f} &= \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{h} + \frac{1}{f+f'+x} && \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{f+f'+\frac{ad}{r'}} \\ &&& \Rightarrow \frac{p-f}{f.p} = \frac{1}{f+f'+\frac{ad}{r'}} \\ &&& \Rightarrow ad = \left(\frac{fp}{p-f} - (f+f') \right) \cdot r' \quad (**) \end{aligned}$$

Da imagem formada pela lente ocular:

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{x} + \frac{1}{d} \quad \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{r'}{ad} + \frac{1}{d} \quad \Rightarrow d = f \cdot \left(\frac{r'}{a} + 1 \right)$$

Juntando os dois últimos resultados:

$$\begin{aligned} \Rightarrow a \cdot f \cdot \left(\frac{r'}{a} + 1 \right) &= \left(\frac{fp}{p-f} - (f+f') \right) \cdot r' \quad \Rightarrow \quad (f \cdot r' + af) = \left(\frac{f^2 + f \cdot f' - f'p}{p-f} \right) \\ &&& \Rightarrow \quad af = \left(\frac{f^2 + f \cdot f' - f'p}{p-f} \right) - f \cdot r' \\ &&& \Rightarrow \quad a = \left(\frac{f^2 + f \cdot f' - f'p - fpr' + f^2r'}{pf - f^2} \right) \quad (***) \end{aligned}$$

De (*) e ()**

$$\frac{a}{R} = \frac{f'+f + \left(\frac{fp}{p-f} - (f+f') \right)}{h} = \frac{pf}{h \cdot (p-f)} \quad \Rightarrow \quad h = \frac{R \cdot pf}{(p-f)} \cdot \left(\frac{1}{a} \right)$$

De (*) :**

$$\begin{aligned} \Rightarrow \quad h &= \frac{R \cdot pf}{(p-f)} \cdot \left(\frac{f \cdot (p-f)}{f^2 + ff' - f'p - fpr' + f^2r'} \right) \\ \Rightarrow \quad h &= \frac{R \cdot pf^2}{(f^2 + ff' - f'p - fpr' + f^2r')} \end{aligned}$$

Da análise gravitacional, tínhamos:

$$m = \frac{F \cdot (h + R)^3}{25 \cdot 10^4 \cdot GML}$$

Substituindo o h encontrado:

$$m = \frac{R^3 \cdot F}{25 \cdot 10^4 \cdot GML} \cdot \left(1 + \frac{pf^2}{(f^2 + ff' - f'p - fpr' + f^2r')} \right)^3$$

Novamente, da análise gravitacional, temos o valor do Raio do planeta em que se encontra o astronauta:

$$R_x = \sqrt{\frac{GMm}{F}}$$

Substituindo o m encontrado:

$$R_x = \left[\frac{R^3}{25 \cdot 10^4 L} \cdot \left(1 + \frac{pf^2}{(f^2 + ff' - f'p - fpr' + f^2r')} \right)^3 \right]^{1/2}$$

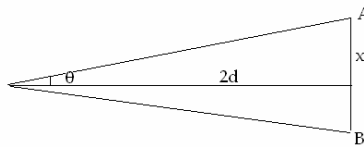
Comentário da questão 9:

Sem dúvida houve algum equívoco na elaboração dessa questão (a começar pelo enunciado que pedia algo já dado). Consideramos UM caminho a ser tomado para contornar tal problema. Na nossa opinião esse tipo de desenvolvimento algébrico (que é intenso em ambas as partes da solução, tanto na análise gravitacional quanto na análise da ótica geométrica) não devia estar presente na prova (destoando bastante do nível do restante da avaliação).

Questão 10

Da difração, para o primeiro mínimo, para uma abertura de tamanho a :

$$a \cdot \text{sen}\theta = 1 \cdot \lambda \quad \Rightarrow \quad \text{sen}\theta = \frac{\lambda}{a}$$



Lembrando que:

$$\text{ctg}^2\theta + 1 = \text{csc}^2\theta \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{2d}{x}\right)^2 + 1 = \frac{1}{\text{sen}^2\theta} \quad \Rightarrow \quad \text{sen}\theta = \sqrt{\left(\frac{x^2}{x^2 + 4d^2}\right)}$$

Igualando:

$$\left(\frac{x^2}{x^2 + 4d^2}\right) = \left(\frac{\lambda}{a}\right)^2$$

$$\Rightarrow x^2(a^2 - \lambda^2) = 4d^2\lambda^2$$

$$\Rightarrow 2x = 4d\lambda \sqrt{\frac{1}{a^2 - \lambda^2}}$$

(onde $2x$ é a distancia das placas do capacitor no ar)

A figura ao lado mostra dois o esquema de dois capacitores em série (o primeiro formado por uma das placas e a folha de papel superior, e o segundo entre a mesma folha e a outra placa).



$$C_{\text{eq}} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = \frac{\frac{\epsilon_0 d^2}{2x} \cdot \frac{\epsilon d^2}{n \cdot e}}{\frac{\epsilon_0 d^2}{2x} + \frac{\epsilon d^2}{n \cdot e}}$$

$$C = \frac{\frac{\epsilon_0 \epsilon d^4}{2x \cdot e \cdot n}}{\frac{\epsilon_0 d^2}{2x} + \frac{\epsilon d^2}{n \cdot e}} \Rightarrow C \cdot \frac{\epsilon_0 d^2}{2x} + C \cdot \frac{\epsilon d^2}{n \cdot e} = \frac{\epsilon_0 \epsilon d^4}{2x \cdot e \cdot n}$$

$$\Rightarrow C \cdot \frac{\epsilon_0 d^2}{2x} = \frac{1}{n} \cdot \left(\frac{\epsilon_0 \epsilon d^4}{2x \cdot e} - \frac{C \cdot \epsilon d^2}{e} \right)$$

$$\Rightarrow n = \frac{2x}{\epsilon_0 d^2 \cdot C} \cdot \left(\frac{\epsilon_0 \epsilon d^4}{2x \cdot e} - \frac{C \cdot \epsilon d^2}{e} \right)$$

$$\Rightarrow n = \left(\frac{\epsilon}{e} \right) \left(\frac{d^2}{C} - \frac{4d\lambda}{\epsilon_0 \sqrt{a^2 - \lambda^2}} \right)$$

Obs: A aproximação $\sin\theta \sim \text{tg}\theta$ geralmente não se aplica para fendas únicas, uma vez que podemos ter ângulos (inclusive de primeiro mínimo) grandes demais para tal aproximação. Isso não é problema, uma vez que é contornável como fizemos na nossa resolução.

Comentário da Prova

De fato como era de se esperar, uma das provas (física ou química) deveria vir mais pesada esse ano. As questões da prova de hoje não foram (no geral) de difícil resolução, porém com muitos conceitos envolvidos em cada questão, como de praxis na prova de física do IME. O IME volta a cobrar (questão 09) o conceito de telescópio astronômico, sendo essa questão a mais difícil da prova na nossa opinião (nossa crítica à banca em relação a essa questão encontra-se na observação logo após a sua solução). Outro ponto a se atentar é na questão 4, onde o IME volta a repetir um erro grave de alguns anos atrás (prova de 1999) onde ele diz que $1 \text{ Pa} = 10^5 \text{ N/m}^2$, ao invés do correto 1 N/m^2 . Esse erro levava aos menos atentos resultados absurdos, gerando dificuldades para terminar a prova. Na nossa opinião a questão deveria ser anulada (dando ponto extra pra quem percebeu o erro). Algumas questões exigiam um pouco mais de atenção (questão 1, questão 10), fato esse que definitivamente distinguirá os melhores candidatos. Calculamos que uma boa média nessa prova varie de 7 a 8 das 10 questões.

Equipe Rumoaquita na Correção:

Rodolfo Ramos, Rodolpho Castro, Guilherme Major, Luiz Adolfo Schiller, Caio Guimarães, Rafael Daigo, José Mario da Silva Filho, Thales Henrique.